التوزيع الاسي الاسي المعمم المبتور مع تطبيق عملي

[0,1] Truncated Exponentiated Exponential Exponential Distribution with application

م.م. عائشة عبد الخالق إسماعيل
جامعة تكريت / كلية الإدارة والاقتصاد , تكريت العراق
Assist. Lect. Aasha Abdulkhleq Ismael
College of Administration and Economics / Tikrit University, Tikrit , Iraq
Aasha.A.Alkalek@tu.edu.iq

معلومات البحث:
- تاريخ الاستلام: 18-07-2021
- تاريخ ارسال التعديلات : 03-08-2021
- تاريخ قبول النشر: 03 - 08-2021

المستخلص
لغرض الحصول على توزيعات تمتاز بالمرونة تم في هذا البحث اقتراح توزيع جديد يسمى التوزيع الاسي الاسي المعمم المبتور [0,1]TEE-E وذلك بدمج عائلة الاسي المعمم المبتور مع التوزيع الاسي Exponential Distribution حيث بينا دالة الكثافة pdf والدالة التراكمية cdf للتوزيع الجديد ثم اشتقت الخصائص الاحصائية لتوزيع [0,1]TEE-E, وهي الدالة الكمية , والعزوم , وقد تم تجربة هذا التوزيع باستخدام بيانات حقيقية حيث اثبت التوزيع ملائمته للبيانات وذلك بعد مقارنته مع توزيعات أخرى من خلال استخدام بعض المعايير الإحصائية .

الكلمات المفتاحية: التوزيع الاسي الاسي المعمم المبتور، الخواص الإحصائية، دالة الكمية

Abstract
For the purpose of obtaining distributions characterized by flexibility, in this research a new distribution was proposed, called the truncated generalized exponential distribution [0,1]TEE-E, by integrating the family of the truncated generalized exponential with the Exponential Distribution, where we showed the density function pdf and the cumulative function cdf for the new distribution and then derived Statistical characteristics of the [0,1] TEE-E distribution, which is the quantitative function, and moments. This distribution was tested using real data, where the distribution proved its appropriateness to the data, after comparing it with other distributions through the use of some statistical criteria.

Keywords: truncated generalized exponential distribution, statistical properties, quantitative function

1-0 المقدمة
في الفترة الأخيرة تم بذل جهود كبيرة في إيجاد نماذج جديدة موسعة من توزيعات معروفة وتكون ذات مرونة في نمذجة البيانات الحقيقية (Real data) فتكون الاسرة المتولدة اكثر ملائمة من سواها ويعتبر التوزيع الاسي من التوزيعات الشائعة في استخدامها لاختبار الموثوقية وهو ذو معلمة واحدة هي (γ) حيث نقترح التوزيع الجديد ذو ثلاث معالم (α,θ,γ)بناء على العائلة المقترحة الاسي المعمم المبتور [0,1] وذلك بإضافة معلمتين للتوزيع الرئيسي وهو التوزيع الاسي وقد تم استخدام عائلة ([0,1]TEE-G) وذلك لتطبيقاته الواسعة في مجالات مختلفة وتميزه بالمرونة العالية لذلك كان الدافع وراء البحث هو استنباط الخصائص الرياضية للتوزيع الجديد وكذلك تطبيق هذا التوزيع على بيانات حقيقية ,وهناك العديد من البحوث السابقة تناولت موضوع التوزيعات المركبة ودراسة خصائصها المختلفة وكذلك طرق تقدير المعلمات .

- حيث قدم عام Souza (2009) وآخرون بحث تضمن دراسة نموذج احتمالي مركب هو (بيتا – الاسي المعمم) حيث قدم خصائصه الرياضية والعزوم وتقدير معالم النموذج باستخدام طريقة الإمكان الأعظم وطريقة المربعات الصغرى وطبق البحث على بيانات في الجانب الصحي.
- وفي عام (2018) قدم Jamal et al توزيع A truncated General –G class of distribution with application to truncated Burr-G family حيث أجرى دراسة موسعة لعائلة Truncated Burr- G كأحدى الفئات الفرعية المهمة للتوزيع المقترح وتتمثل الدراسة تقديم الخليط من التوزيع الرئيسي والعزوم ودالة الكمية وانتروبيا.
- وفي عام (2020) قام Altawil et al بتقديم توزيع [0,1] Truncated Lomax- Inverted Gamma Distributionوقام باشتقاق دالة الكثافة الاحتمالية والدالة التراكمية ودراسة بعض الخواص الإحصائية للتوزيع الجديد مثل العزوم والالتواء والتفلطح.

2.0 التوزيع الاسي Exponential Distribution

ان دالة الكثافة الاحتمالية pdf ودالة التوزيع التراكمي cdf للتوزيع الاسي مع المعلمة γ تعطى بالشكل الاتي: (Talib,2017,p249)

$$G(x;\gamma)=1-e^{-\gamma x} \qquad \dots(1)$$

$$g(x;\gamma)=\gamma e^{-\gamma x} \qquad \dots(2)$$

حيث ان : $x \succ 0, \gamma \succ 0$

3.0 عائلة الاسي المعمم المبتور

[0,1]Truncated Exponentiated Exponential – G Family

توجد عدة طرق لتوليد توزيعات جديدة من عوائل معروفة وذلك بإضافة معلمة او أكثر من معلمة شكل الى التوزيع الرئيسي (الصميدعي , 2021 , ص29) فلدينا عائلة التوزيع الاسي المعمم المبتور تكون دالة التوزيع التراكمية ودالة الكثافة الاحتمالية له كالاتي:

$$F(x)_{[0,1]TEE-G}=\frac{1-e^{-\theta(G(x;\xi)^{\alpha}}}{1-e^{-\theta}} \qquad \dots(3)$$

$$f(x)_{[0,1]TEE-G}=\frac{\theta\alpha g(x;\xi)e^{-\theta(G(x;\xi)}G(x;\xi)^{\alpha-1}}{1-e^{-\theta}} \qquad \dots(4)$$

ξ **: هي معلمة التوزيع الرئيسي** $x>0,\theta,\alpha>0$

4.0 التوزيع الاسي الاسي المعمم المبتور [0,1]TEE-E

بتعويض معادلة (1) في معادلة (3) للحصول على توزيع ذو ثلاث معالم و نحصل على الدالة التراكمية للتوزيع الاسي الاسي المعمم المبتور [0,1] TEE-E

$$F_{TEE-E}(x;\alpha,\theta,\gamma)=\frac{1-e^{-\theta(1-e^{-\gamma x})^{\alpha}}}{1-e^{-\theta}} \qquad \dots(5)$$

وباشتقاق معادلة (5) نحصل على دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الجديد الاسي الاسي المعمم المبتور

$$f_{[0,1]TEE-E}(x;\alpha,\theta,\gamma)=\frac{\theta\alpha\gamma e^{-\gamma x}e^{-\theta(1-e^{-\gamma x})}(1-e^{-\gamma x})^{\alpha-1}}{1-e^{-\theta}} \qquad \dots(6)$$

حيث ان : $x>0,\theta,\alpha,\gamma>0$

ايضاً دالة البقاء تكتب بالشكل التالي :

$$S(x;\alpha,\theta,\gamma)=1-F(x;\alpha,\theta,\gamma)$$

$$=1-\left(\frac{1-e^{-\theta(1-e^{-\gamma x})^{\alpha}}}{1-e^{-\theta}}\right) \qquad \dots(7)$$

دالة المخاطرة لتوزيع [0,1]TEE-E تكون كالاتي :

$$h(x;\alpha,\theta,\gamma)=\frac{f(x;\alpha,\theta,\gamma)_{TEE-E}}{S(x;\alpha,\theta,\gamma)_{TEE-E}} \qquad \dots(8)$$

$$=\frac{\dfrac{\theta\alpha\gamma e^{-\gamma x}e^{-\theta(1-e^{-\gamma x})^{\alpha}}(1-e^{-\gamma x})^{\alpha-1}}{1-e^{-\theta}}}{1-\left(\dfrac{1-e^{-\theta(1-e^{-\gamma x})^{\alpha}}}{1-e^{-\theta}}\right)}$$

$$=\frac{\theta\alpha\gamma e^{-\gamma x}e^{-\theta(1-e^{-\gamma x})^{\alpha}}(1-e^{-\gamma x})^{\alpha-1}}{e^{-\theta(1-e^{-\gamma x})^{\alpha}}} \quad \ldots(9)$$

5- الخصائص الرياضية والاحصائية لتوزيع TEE-E [0,1] Mathematical and Statistical Properties of [0,1]TEE-E

5-1 توسيع دالة الكثافة الاحتمالية Expansion pdf

بهدف دراسة الخصائص الرياضية للتوزيع الجديد سيتم توسيع دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع [0,1]TEE-E وذلك بأستخدام المفكوك الاسي ومفكوك متسلسلة ذات الحدين (Ristic, M &Balakrishnan, N,2012,p1191)) فنأخذ معادلة (6) مع التبسيط وبفرض الاتي:

$$e^{-\Upsilon}=\sum_{r=0}^{\infty}\frac{(-1)^r}{r!}\Upsilon^r,\ (1-p)^{-\nu}=\sum_{\kappa=0}^{\infty}\frac{\Gamma(\nu+\kappa)}{\kappa!\Gamma(\nu)}p^{\kappa}$$

$$(1-p)^{\nu}=\sum_{j=0}^{\infty}(-1)^j\binom{\nu}{j}p^j,\ |p|<1,\nu>0$$

$$f_{[0,1]TEE-E}(x;\alpha,\theta,\gamma)=\frac{\theta\alpha\gamma e^{-\gamma x}e^{-\theta(1-e^{-\gamma x})}(1-e^{-\gamma x})^{\alpha-1}}{1-e^{-\theta}} \quad \ldots(10)$$

بالاستفادة من مفكوك متسلسلة ذات الحدين :

$$(1-e^{-\gamma x})^{\alpha-1}=\sum_{j=0}^{\infty}(-1)^j\binom{\alpha-1}{j}e^{-\gamma jx} \quad \ldots(11)$$

وبتعويض معادلة (11) بمعادلة (10) نحصل على :

$$f^{E}_{[0,1]TEE-E}(x;\alpha,\theta,\gamma)=\sum_{j=0}^{\infty}\frac{(-1)^j\theta\alpha\gamma e^{-\gamma x}e^{-\theta(1-e^{-\gamma x})}}{1-e^{-\theta}}\binom{\alpha-1}{j}e^{-\gamma jx} \quad \ldots(12)$$

ويمكن كتابة المعادلة (12) كما يلي :

$$f^{E}_{[0,1]TEE-E}(x;\alpha,\theta,\gamma)=\sum_{j=0}^{\infty}\frac{(-1)^j\theta\alpha\gamma e^{-\gamma x}}{1-e^{-\theta}}\binom{\alpha-1}{j}e^{-\left[\theta(1-e^{-\gamma x})+\gamma jx\right]} \quad \ldots(13)$$

وباستخدام المفكوك الاسي :

$$e^{-\left[\theta(1-e^{-\gamma x})+\gamma jx\right]}=\sum_{r=0}^{\infty}\frac{(-1)^r}{r!}\left[\theta(1-e^{-\gamma x})+\gamma jx\right]^r \quad \ldots(14)$$

نعوض معادلة (14) بمعادلة (13) نحصل على :

$$f(x)^{E}_{[0,1]TEE-E}(x;\alpha,\theta,\gamma)=\sum_{j=0}^{\infty}\sum_{r=0}^{\infty}\frac{(-1)^{j+r}(\theta)^{r+1}\alpha\gamma e^{-\gamma x}(\gamma jx)^r}{r!(1-e^{-\theta})}\binom{\alpha-1}{j}(1-e^{-\gamma x})^r \quad \ldots(15)$$

ثم نستخدم متسلسلة ذات الحدين مره أخرى :

$$(1-e^{-\gamma x})^r=\sum_{\delta=0}^{\infty}(-1)^{\delta}\binom{r}{\delta}e^{-\gamma x} \quad \ldots(16)$$

وبتعويض معادلة (16) في معادلة (15) نحصل على توسيع دالة التوزيع الاسي الاسي المعمم المبتور :

$$f(x)^{E}{}_{[0,1]TEE-E}(x;\alpha,\theta,\gamma)=\sum_{j=0}^{\infty}\sum_{r=0}^{\infty}\sum_{\delta=0}^{\infty}\frac{(-1)^{j+r+\delta}(\theta)^{r+1}\alpha\gamma(\gamma jx)^{r}}{r!(1-e^{-\theta})}\binom{\alpha-1}{j}\binom{r}{\delta}e^{-\gamma x}e^{-\gamma x} \qquad \ldots(17)$$

ويمكن كتابة المعادلة (17) كما في الشكل :

$$f(x)^{E}{}_{[0,1]TEE-E}(x;\alpha,\theta,\gamma)=\sum_{j=0}^{\infty}\sum_{r=0}^{\infty}\sum_{\delta=0}^{\infty}\frac{(-1)^{j+r+\delta}(\theta)^{r+1}\alpha\gamma(\gamma jx)^{r}}{r!(1-e^{-\theta})}\binom{\alpha-1}{j}\binom{r}{\delta}e^{-2(\gamma x)} \qquad \ldots(18)$$

5-2 العزوم Moments

لنفرض ان x يمثل متغير عشوائي مستمر فيكون التوقع

$$\mu_n=\mathrm{E}(x^n)=\int_0^{\infty}x^n f(x)dx \qquad \ldots(19)$$

يستفاد من معادلة التوزيع [0,1]TEE-E (18) بعد توسيعها

$$f(x)^{E}{}_{[0,1]TEE-E}=\sum_{j=r=\delta=0}^{\infty}\frac{(-1)^{j+r+\delta}(\theta)^{r+1}\alpha\gamma(\gamma jx)^{r}}{r!(1-e^{-\theta})}\binom{\alpha-1}{j}\binom{r}{\delta}e^{-2(\gamma x)} \qquad \ldots(20)$$

نفرض ان :

$$\tau_{j,r,\delta}\sum_{j=r=\delta=0}^{\infty}\frac{(-1)^{j+r+\delta}(\theta)^{r+1}\alpha\gamma(\gamma jx)^{r}}{r!(1-e^{-\theta})}\binom{\alpha-1}{j}\binom{r}{\delta}$$

فتكون المعادلة (20) بالشكل التالي :

$$f(x)^{E}{}_{[0,1]TEE-E}=\tau_{j,r,\delta}e^{-2(\gamma x)} \qquad \ldots(21)$$

$$\mu_n=\mathrm{E}(x^n)_{[0,1]TEE-E}=\tau_{j,r,\delta}\int_0^{\infty}x^n e^{-2(\gamma x)}dx \qquad \ldots(22)$$

لنفرض ان :

$$y=-2\gamma x$$

$$x=\frac{-y}{2\gamma} \qquad , \qquad \frac{dy}{dx}=-2\gamma,\ dx=-\frac{dy}{2\gamma}$$

$$\mu_n=\mathrm{E}(x^n)_{[0,1]TEE-E}=\tau_{j,r,\delta}\left(\frac{-1}{2\gamma}\right)^{n+1}\int_0^{\infty}y^n e^{-y}dy \qquad \ldots(23)$$

وباستخدام المعادلة التالية وإيجاد التكامل لها نحصل على الصيغة النهائية للعزم من الدرجة n

$$\Gamma b=\int_{0}^{\infty} t^{b-1}e^{-t}dt;t>0$$

$$\mu_n=\mathrm{E}(x^n)_{[0,1]TEE-E}=\tau_{j,r,\delta}\frac{(-1)^{n+1}\Gamma(n+1)}{(2\gamma)^{n+1}} \qquad \ldots(24)$$

ويمكننا كتابة العزم الأول والثاني والتباين بالشكل التالي :

$$\mu_1=\tau_{j,r,\delta}\frac{(-1)^2\Gamma 2}{(2\gamma)^2}=\tau_{j,r,\delta}\frac{1}{(2\gamma)^2}$$

$$\mu_2=\tau_{j,r,\delta}\frac{(-1)^3\Gamma 3}{(2\gamma)^3}=\tau_{j,r,\delta}\frac{-2}{(2\gamma)^3}$$

$$\mathrm{var}(x)=\mathrm{E}(x^2)-(E(X))^2$$

وبالتعويض عن $\mathrm{E}(x^2)$ و $E(X)$ بما يساويها نحصل على التباين :

$$\mathrm{var}(x)=\tau_{j,r,\delta}\frac{-2}{(2\gamma)^3}-\tau_{j,r,\delta}\frac{1}{(2\gamma)^2}$$

5-3 الدالة الكمية　　　　Quantile Function

ان الدالة الكمية لأي توزيع (Gupta,R&Kundu,D,2001,317)تكتب بالشكل التالي :

$$Q(u)=F^{-1}(x),\ for\, 0<u<1$$

$$F(x)_{TEE-E}=\frac{1-e^{-\theta(1-e^{-\gamma x})^{\alpha}}}{1-e^{-\theta}}=u \qquad \ldots(25)$$

$$1-e^{-\theta(1-e^{-\gamma x})^{\alpha}}=u(1-e^{-\theta})$$

$$1-(u(1-e^{-\theta}))=e^{-\theta(1-e^{-\gamma x})^{\alpha}}$$

$$\ln(1-u(1-e^{-\theta}))=-\theta(1-e^{-\gamma x})^{\alpha}$$

$$\left(\frac{\ln(1-u(1-e^{-\theta}))}{-\theta}\right)^{\frac{1}{\alpha}}=1-e^{-\gamma x}$$

$$1-\left(\frac{\ln(1-u(1-e^{-\theta}))}{-\theta}\right)^{\frac{1}{\alpha}}=e^{-\gamma x}$$

$$\ln\left[1-\left(\frac{\ln(1-u(1-e^{-\theta}))}{-\theta}\right)^{\frac{1}{\alpha}}\right]=-\gamma x$$

$$x=-\frac{1}{\gamma}\ln\left[1-\left(\frac{\ln(1-u(1-e^{-\theta}))}{-\theta}\right)^{\frac{1}{\alpha}}\right] \qquad \ldots(26)$$

وبجعل u = 0.5 في معادلة (26) نحصل على الوسيط من توزيع TEE-E[0 ,1]

وكذلك باستخدام التحويل العكسي يمكن محاكاة الأرقام العشوائية من TEE-E[0,1] وذلك بجعل $Q(u)=x$ لكل $(\alpha,\theta,\gamma)>0$ (Abid,S.&Al-Noor,N,2018,139)

5-4 احصائيات Order Statistics

ليكن لدينا عينة عشوائية وهي x_1 , x_2 , ….., x_n بحجم n من توزيع TEE-E [0,1]والذي له دالة تراكمية كما في معادلة (5) ودالة كثافة احتمالية كما في معادلة (6) , لذلك فأن دالة الكثافة الاحتمالية ل Order Statistics تكتب كالاتي :

$$f_{i,n}(x)=\sum_{s=0}^{\infty}\tau(-1)^s\binom{n-i}{s}f_{TEE-E}\left[F_{TEE-E}(x)\right]^{i+s-1} \qquad \ldots(27)$$

بحيث ان :

$$\tau=\frac{n!}{(i-1)!(n-j)}$$

بتعويض معادلة (5) ومعادلة (6) في معادلة (27) نحصل على

$$f_{i,n}(x)=\tau\sum_{s=0}^{n-i}(-1)^s\binom{n-i}{s}\left[\frac{\theta\alpha\gamma e^{-\gamma x}e^{-\theta(1-e^{-\gamma x})^{\alpha}}(1-e^{-\gamma x})^{\alpha-1}}{1-e^{-\theta}}\right]\left[\frac{1-e^{-\gamma x})^{\alpha}}{1-e^{-\theta}}\right]^{i+s-1} \qquad \ldots(28)$$

وتكون دالة ال pdf في حالة التصغير (i=1) وحالة التعظيم (i=n) لتوزيع TEE-E [0,1] بالترتيب كالاتي:

$$f_{1,n}(x)=n\sum_{s=0}^{n-1}(-1)^s\binom{n-1}{s}\left[\frac{\theta\alpha\gamma e^{-\gamma x}e^{-\theta(1-e^{-\gamma x})^{\alpha}}(1-e^{-\gamma x})^{\alpha-1}}{1-e^{-\theta}}\right]\left[\frac{1-e^{-\gamma x})^{\alpha}}{1-e^{-\theta}}\right]^{s} \qquad \ldots(29)$$

$$f_{n,n}(x)=n\left[\frac{\theta\alpha\gamma e^{-\gamma x}e^{-\theta(1-e^{-\gamma x})^{\alpha}}(1-e^{-\gamma x})^{\alpha-1}}{1-e^{-\theta}}\right]\left[\frac{1-e^{-\gamma x})^{\alpha}}{1-e^{-\theta}}\right]^{n} \qquad \ldots(30)$$

5.5 تقدير المعالم Estimation parameter

لنفرض ان x_1 , x_2 ,… ,x_n عينه عشوائية بحجم n من توزيع TEE-E[0,1] فأن دالة Likelihood تعطى بالشكل التالي (Marshall,A.W,&Olkin,1,2005,505)

$$L(\Phi/x)=\prod_{i=0}^{n}f(x;\Phi)$$

حيث ان :

$$\Phi=(\alpha,\theta,\gamma)$$

$$L(\Phi/x)=\frac{(\alpha\theta)^n\gamma e^{-\gamma x}e^{-\theta\sum_{i=1}^{n}(1-e^{-\gamma x})^{\alpha}}\prod_{i=1}^{n}(1-e^{-\gamma x})^{\alpha-1}}{(1-e^{-\theta})^n} \qquad \ldots(31)$$

لنفرض ان :

$$\eta = \log L(\Phi / x)$$

$$\eta = n\log(\alpha\theta) - n\log(1-e^{-\theta}) - \gamma^{n}\sum_{i=1}^{n} x_i - \theta\sum_{i=1}^{n}(1-e^{-\gamma x})^{\alpha} + (\alpha-1)\sum_{i=1}^{n}\log(1-e^{-\gamma x}) \qquad \ldots(32)$$

ثم ناخذ المشتقة الجزئية لدالة Likelihood للمعلمات (α,θ,γ) وذلك للحصول على تقدير الاحتمال لكل معلمة ويمكننا الحصول على النتائج الرقمية للمعلمات بأستخدام البرامج المناسبة وعلى وجه الخصوص تم استخدام برنامج R في هذا البحث للحصول على تقديرات للمعلمات

6- التطبيق العملي لبيانات حقيقية

تم في هذا البحث مقارنة توزيع [0,1]TEE-E مع التوزيعات وهي : (Be –Ex , Ku-Ex , Eg-Ex , We-Ex and Go-Ex) حيث يتم الحكم على أداء هذه النماذج بناءً على معايير Akaikes (AIC) , Bayesian (BIC) ومعيار معلومات Hannan & Quinn (HQIC) ومعيار معلومات Akaike المتسق (CAIC) كما تم حساب إحصائية (K-S) Kolmogorov Smirnov وتم استخدام البيانات حجمها (64) مفردة من تركيزات البلازما للاندوميتاسين (ميكروغرام /مل) وقد تم تحليل مجموعة البيانات هذه من قبل(Maiti,S &Sukanta ,2018)حيث تشير الى ان القيم الأصغر لهذه المقاييس الى ملائمة التوزيع للبيانات الحقيقية المستخدمة , مع إضافة الرسوم التوضيحية للتوزيعات .

1.50 , 0.94 , 0.78 , 0.48 , 0.37 , 0.19 , 0.12 , 0.11 , 0.08 , 0.07 , 0.05 , 2.03 , 1.63 , 0.71 , 0.70

0.64 , 0.36 , 0.32 , 0.20 , 0.25 , 0.12 , 0.08 , 2.72 , 1.49 , 1.16 , 0.08 , 0.39 , 0.22 , 0.12 , 0.11

0.08 , 0.08 , 1.85 , 1.39 , 1.02 , 0.89 , 0.59 , 0.40 , 0.16 , 0.11 , 0.10 , 0.07 , 0.07 , 2.05 , 1.04

0.81 , 0.39 , 0.30 , 0.23 , 0.13 , 0.11 , 0.08 , 0.10 , 0.06 , 2.31 , 1.44 ,1.03 , 0.84 , 0.64 , 0.42

0.17 , 0.13 , 0.10 , 0.09

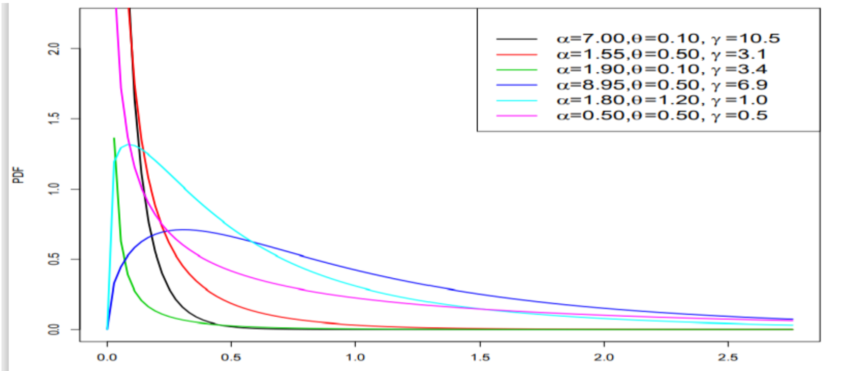
جدول 1 : نتائج ملائمة البيانات الحقيقية مع التوزيع [0,1]TEE-E والتوزيعات المقارنة معه

Distribution	Est. Para.	AIC	CAIC	BIC	HQIC
[0,1]TEE-E	$\hat{\alpha}$ =1.429149 $\hat{\theta}$ =1.144839 $\hat{\gamma}$ =1.313151	66.67189	67.05898	73.24085	69.2676
Be – Ex	$\hat{\alpha}$ =0.9798332 $\hat{\theta}$ =1.5093447 $\hat{\gamma}$ =1.1026798	68.7416	69.12869	75.31056	71.33731
Ku –Ex	$\hat{\alpha}$ =0.9559707 $\hat{\theta}$ =5.6727854 $\hat{\gamma}$ =0.2758938	68.60057	68.98766	75.16953	71.19628
EG –Ex	$\hat{\alpha}$ =1.4878698 $\hat{\theta}$ =0.9836163 $\hat{\gamma}$ =1.1234129	68.74824	69.13534	75.31721	71.34395
We –Ex	$\hat{\alpha}$ =0.9545801 $\hat{\theta}$ =0.6554534 $\hat{\gamma}$ =1.1326927	68.51208	68.89918	75.08104	71.10779
GO – Ex	$\hat{\alpha}$ =1.40822651 $\hat{\theta}$ =0.09406618 $\hat{\gamma}$ =1.29225194	68.46538	68.85248	75.03435	71.06109

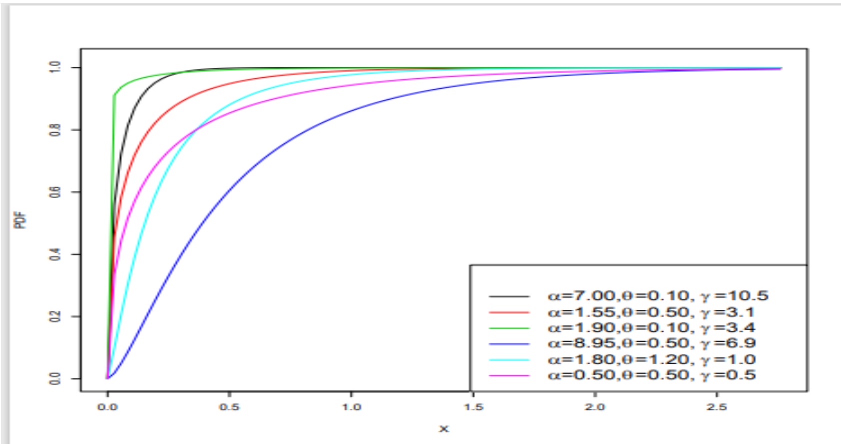
وحسب القيم الظاهرة في جدول (1) نلاحظ ان توزيع [0,1]TEE-E يلائم البيانات الحقيقية حيث يمتلك اصغر القيم مقارنة مع بقية التوزيعات الأخرى للمعايير الإحصائية المستخدمة وكما هو مبين في الجدول أعلاه .

جدول 2 : قيمة K-S و P- Value لمجموعة البيانات المستخدمة

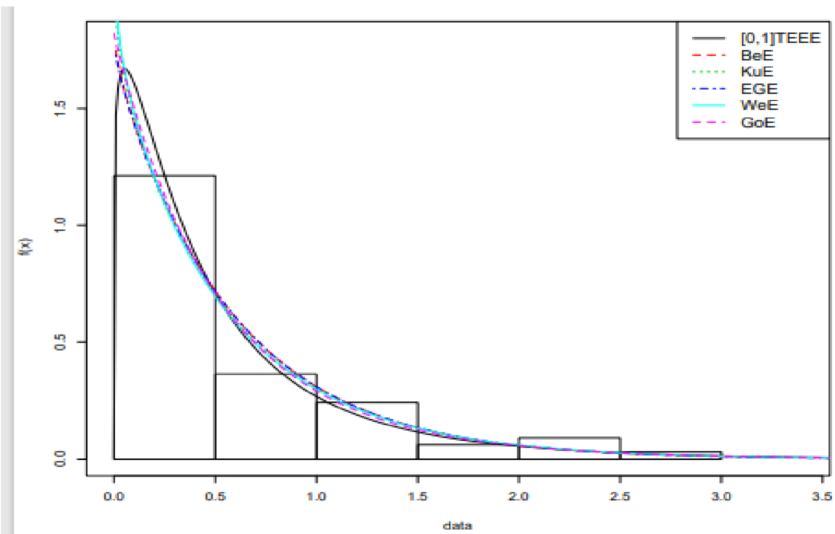
Distribution		[0,1]TEE-E	Be – Ex	Ku –Ex	EG –Ex	We –Ex	GO – Ex
teri a val	K-S	0.1412333	0.1469595	0.1379212	0.1478817	0.1347836	0.1392831
	P-Value	0.1436744	0.115572	0.1122974	0.1114995	0.18116638	0.1544193



شكل 1: ويمثل دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع [0,1]TEE-E وتوزيعات المقارنة



شكل 2 : ويمثل الدالة التراكمية لتوزيع [0,1]TEE-E وتوزيعات المقارنة



شكل 3 : يمثل المنحنى التكراري لتوزيع [0,1]TEE-E وتوزيعات المقارنة له

6- الاستنتاجات

في هذا البحث تم اقتراح توزيع جديد هو التوزيع الاسي الاسي المعمم المبتور بثلاث معلمات وهي (α , θ , γ) وهو نتيجة دمج عائلة الاسي المعمم المبتور مع التوزيع الاسي حيث توصلنا للتوزيع دالة كثافة احتمالية ودالة تراكمية , دالة بقاء , دالة مخاطرة , العزوم , دالة الكمية وايضاً تم الحصول على تقديرات الإمكان الأعظم لمعلمات التوزيع باستخدام برنامج R , وتم مقارنة التوزيع المقترح مع توزيعات مختلفة وهي (– Be – Ex , Ku –Ex , EG (GO – Ex , We –Ex Exحيث استخدمت بيانات حقيقية لتوضيح مرونة التوزيع TEE-E [0,1] واستنتجنا ان التوزيع المقترح اكثر مرونة من بقية التوزيعات وذلك لتفوقه عليها من حيث ملائمة البيانات وامتلاكه اقل قيمة للمعايير الإحصائية (BIC AIC , CAIC , HQIC) مقارنة مع بقية التوزيعات .

References

1- Talib, Hydr Rayd. " استعمال بعض الطرائق لتقدير معلمات ومعوليه لنموذج الاحتمالي المركب (الاسي-ويبل) مع تطبيق عملي." *THE IRAQI MAGAZINJE FOR MANAGERIAL SCIENCES* 13.52 (2017).

2-الصميدعي , علاء عبد الرحمن "بعض تعاميم توزيع جومبيرتس توسيع مع تطبيقات " رسالة ماجستير مقدمة الى مجلس
كلية علوم الحاسوب والرياضيات –جامعة تكريت (2021)p.p 29-34

3- Maiti, Sudhansu S., and Sukanta Pramanik. "A generalized Xgamma generator family of distributions." *arXiv preprint arXiv:1805.03892* (2018).

4- Abdal-hameed, M. K., Khaleel, M. A., Abdullah, Z. M., Oguntunde, P. E., & Adejumo, A. O. (2018). Parameter estimation and reliability, hazard functions of Gompertz Burr Type XII distribution.

5- Gupta, R. D., & Kundu, D. (2001). Generalized exponential distribution: different method of estimations. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, *69*(4), 315-337.

6- Altawil, J. A. (2019). [0, 1] Truncated Lomax–Uniform distribution with properties. *Journal of Interdisciplinary Mathematics*, *22*(8), 1415-1431.

7- Ristić, M. M., & Balakrishnan, N. (2012). The gamma-exponentiated exponential distribution. *Journal of statistical computation and simulation*, *82*(8), 1191-1206.

8- Abid, S. H., Al-Noor, N. H., & Boshi, M. A. A. (2018). Truncated generalized gamma–generalized gamma distribution. *Journal of Iraqi Al-Khwarizmi Society*, *2*(1), 135-148.

9- Marshall, A. W., & Olkin, I. (2005). A new method for adding a parameter to a family of distributions with application to the exponential and Weibull families. *Biometrika*, *92*(2), 505-505 .